

Revista Femass

eISSN 2675-6153

Número 8 - jul./dez., 2024


CONVERSANDO SOBRE LABORATÓRIOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

TALKING ABOUT LABORATORIES FOR TEACHING AND LEARNING
MATHEMATICS

Ana Maria Martensen Roland Kaleff

Doutora em Educação pela Universidade Federal Fluminense (UFF). Professora
no Departamento de Geometria (GGM), Niterói, Rio de Janeiro, Brasil.

E-mail: anakaleff@id.uff.br

 <https://orcid.org/0000-0002-6144-3003>

Recebido: 25/10/2024

Aprovado: 30/11/2024

DOI: <https://dx.doi.org/10.47518/rf.v8i1.189>



Os artigos publicados neste número estão em acesso aberto (*Open Access*) sob a licença *Creative Commons Attribution*, que permite o uso, distribuição e reprodução em qualquer meio, sem restrições, desde que os trabalhos originais sejam corretamente citados.

Resumo: Na presente narrativa, são apresentados vários tipos importantes de laboratórios para o ensino e a aprendizagem de Matemática tanto para a formação do futuro professor, quanto para a formação continuada de licenciados em Matemática e pedagogos. Inicialmente, é enfocada a fundamentação teórica, sob a perspectiva da Educação Matemática, que embasou a atuação da autora junto aos cursos de Licenciatura e de formação continuada de professores de Matemática, na Universidade Federal Fluminense (UFF). Relata-se sobre os tipos de laboratórios geralmente encontrados no âmbito educacional: Laboratório de Matemática, Laboratório de Educação Matemática e Laboratório *Maker*. Esse é interligado a um tipo especial denominado de Laboratório *Maker* Sustentável e, como exemplos, são apresentados dois ambientes que foram fundados pela autora e estiveram sob sua coordenação acadêmica.

Palavras-chave: Laboratório de Educação Matemática; Recursos didáticos artesanais. Laboratório *Maker* Sustentável.

Abstract: This narrative presents several important types of laboratories for teaching and learning Mathematics, both for the training of future teachers and for the continuing education of Mathematics graduates and educators. Initially, the focus is on the theoretical basis, from the perspective of Mathematics Education, which supported the author's work with the Mathematics Teacher Education and continuing education courses at the Universidade Federal Fluminense (UFF). The most common types of educational laboratories in the educational field are reported: Mathematics Laboratory, Mathematics Education Laboratory and Maker Laboratory, which are interconnected to a special type called Sustainable Maker Laboratory. As examples, two of these environments are presented, that were founded by the author and were under her academic coordination.

Keywords: Mathematics Education Laboratory; Handmade teaching resources. Sustainable Maker Laboratory.

INTRODUÇÃO

Na narrativa que se segue, apresentamos vários tipos de laboratórios para o ensino e a aprendizagem de Matemática que consideramos importantes tanto para a formação do futuro professor, quanto para a formação continuada de licenciados em Matemática e pedagogos, bem como para a democratização e divulgação da Matemática escolar.

Enfocamos, inicialmente, a fundamentação teórica, sob a perspectiva da Educação Matemática, que embasou nossos inúmeros projetos de pesquisa e de extensão voltados para os cursos de Licenciatura e de formação continuada de professores de Matemática, na Universidade Federal Fluminense (UFF). Apresentamos os tipos de laboratórios educacionais mais comuns no âmbito educacional: Laboratório de Matemática, Laboratório de Educação Matemática e Laboratório *Maker*, os quais são interligados a um tipo especial denominado Laboratório *Maker Sustentável*. Esses são representados sob uma interpretação peculiar, na qual comparamos a organização estrutural e funcional de um laboratório à do corpo humano. Como exemplos, trazemos dois destes ambientes que fundamos e estiveram sob nossa coordenação acadêmica: o Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) do Departamento de Geometria (GGM), alocado no Instituto de Matemática e Estatística (IME) da UFF, em Niterói/RJ, no qual atuamos de 1994 a 2018, e o Laboratório de Educação Matemática Ana Kaleff (LEMAK) alocado junto à Faculdade Professor Miguel Ângelo da Silva Santos (FeMASS), na Cidade Universitária de Macaé/RJ, o qual teve curta duração, de 2019 a 2020. Finalizando, mostraremos, como esses dois singulares ambientes educacionais podem ser considerados no que, atualmente, é denominado de laboratório *maker sustentável*, cujas práticas e ações ali realizadas assemelham-se às chamadas metodologias ativas.

Considerando nosso longo período de atuação de quase cinco décadas como docente da UFF, o presente artigo é uma ampliação do apresentado em Kaleff (2024), no qual foram enfocadas principalmente as ações realizadas durante o Século XX, no âmbito do LEG.

A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: pesquisas que embasaram nossas ações e a busca pelo significado de um conceito matemático

Inicialmente, cabe lembrar que, desde o começo da década de 1970, como professora dos Cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática da UFF, deparamo-nos com dificuldades de aprendizagem apresentadas por grande parte dos alunos que, apesar de cursarem várias disciplinas de Lógica e Análise Matemática, apresentavam-se pouco à vontade frente à interpretação dos axiomas

relativos às diversas Geometrias, tanto aos da Euclidiana como aos introdutórios às não Euclidianas (finitas e não-finitas); bem como na interpretação de esquemas gráficos cartesianos e na transposição de equações analíticas para gráficos vetoriais.

No final da década de 1980, iniciamos nossa participação docente no Curso *lato sensu* de Especialização em Matemática da UFF que a partir de 1994 passou a ser Especialização em Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Médio. Nessa clientela de alunos-professores, as dificuldades frente às Geometrias eram semelhantes às apresentadas pelos licenciandos, fato que nos levou, por um lado, a buscar, nas pesquisas realizadas, metodologias de ensino alternativas àquela convencional (por meio de aulas expositivas) e, por outro, a tentar avaliar de forma sistemática os temas de interesse e as dificuldades apresentadas pelo alunado.

Enfatizamos que, em 1992, na busca pela sistematização das dificuldades apresentadas pelos discentes e professores em exercício, elaboramos um questionário sobre quais temas matemáticos eles tinham interesse e contendo perguntas básicas sobre Geometria. Essas eram sobre o cálculo do volume a partir de desenhos de cubos empilhados, o reconhecimento de poliedros regulares de Platão, suas planificações e áreas das faces. Esse questionário, como relatado em Kaleff; Mourão (2015) e Kaleff (2022), foi aplicado anualmente até 2012 a mais de 500 pessoas; inicialmente a professores, em cursos de curta duração, em projetos com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e, posteriormente, em turmas presenciais de alunos licenciandos e do curso de Especialização.

Como apresentamos a seguir, as ações decorrentes do questionário se mostraram acertadas, tanto pelos resultados obtidos com as aplicações, quanto pela corroboração de sua eficácia advindas das pesquisas realizadas, nas duas décadas iniciais do Século XXI.

Por sua vez, quanto aos fundamentos teóricos que embasavam nossas pesquisas, desde o início da década de 1980, cabe lembrar que buscávamos utilizar uma perspectiva de ensino relacionada ao construtivismo piagetiano. Nessa direção, nos apoiávamos em Zoltan Dienes que sugeria apresentar ao aprendiz diferentes materiais concretos manipuláveis representantes de um conceito matemático visando ao entendimento do mesmo (Dienes; Golding, 1969).

Com vistas ao ensino da Geometria, no final da década de 1980, o *Modelo de van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico*, proposto em van Hiele (1986), também de origem piagetiana, passou a ser considerado em nossas pesquisas. No entanto, não tomamos os níveis cognitivos de aprendizagem de um conceito como preconizados pelo Modelo, ou seja, como instrumentos de avaliação do estado do conhecimento geométrico do aluno, mas os consideramos como estratégia de ensino do conceito. Assim, as atividades para o aluno,

como descrito em Kaleff (2003, 2016b, 2016c), seguiam a sequência crescente dos níveis de aprendizagem.

Resumidamente, cabe lembrar que, segundo o Modelo de van Hiele, a aprendizagem de um objeto geométrico inicia-se no “nível da visualização”, quando o aprendiz vê (usando a visão) um desenho do objeto em questão, e percebe, na sua mente, a totalidade de traços. Esse nível é seguido pelo “nível da análise”, em que as características geométricas do conceito desenhado são percebidas. Segue-se o “nível da ordenação informal”, em que, pretensamente, o aprendiz chega a uma primeira organização dessas características e a definição do conceito pode ser compreendida; assim, estar apto a atingir o “nível do rigor” da conceituação do ente geométrico.

Por outro lado, a adoção dos conceitos de “visualização”, “imagem de um conceito” e “visualização mental de um conceito” como propostos por Rina Hershkowitz e Schlomo Vinner, como relatamos em Kaleff (2007, 2016b, 2022, 2023), veio ampliar a fundamentação teórica das nossas pesquisas, permitindo um entendimento mais acurado das necessidades cognitivas de crianças e adultos para o desenvolvimento de conceitos geométricos. Tudo isso nos levou, no final da década de 1990, à *Teoria dos Registros de Representação Semiótica*, segundo Duval (1995), a qual foi acrescida às pesquisas que passaram a levar em consideração as diferentes representações semióticas (gráficas ou linguísticas) de um mesmo conceito com vistas à compreensão e ao entendimento do seu significado matemático.

Cabe lembrar que, nas três últimas décadas foram, predominantemente, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) que orientaram as ações escolares, as inclusivas e a formação de professores. Certamente que, a cada nova determinação governamental norteadora do ensino, tanto para a Escola quanto para a Licenciatura em Matemática, os princípios embaixadores de nossas pesquisas e ações eram revistos e estratégias apropriadas eram engendradas. Assim, PCN e PNAIC também influenciaram a nossa caminhada acadêmica, sendo que, a partir de 2008, desenvolvemos estudos sobre como melhor criarmos e adaptarmos recursos manipulativos concretos e virtuais para serem utilizados na educação inclusiva de alunos com deficiência visual.

Na direção da inclusão de pessoas com alguma deficiência nas escolas regulares, em 2008, iniciamos o projeto “Vendo com as mãos”, no qual foram realizadas ações didáticas e criados recursos inclusivos inovadores para pessoas com deficiência visual. Esses foram aplicados a professores e estudantes do Ensino Básico, em 2 escolas da cidade do Rio de Janeiro: até 2010, a professores e alunos (cegos e com baixa visão) do Ensino Fundamental da escola especializada no atendimento a pessoas com deficiência visual do Instituto Benjamin Constant (IBC). A partir de 2011, os recursos inclusivos passaram a ser

levados aos alunos do Ensino Médio do Colégio Pedro II, que tem por característica ser uma escola inclusiva, a qual recebe alunos advindos do IBC.

Segundo apresentamos em Kaleff (2016c), a partir de nossa prática, cada recurso didático inclusivo (aparelho modelador, jogo etc.), criado ou adaptado, deve levar em conta a sensibilidade tátil do aluno com deficiência visual, sendo construído com matéria-prima e texturas diversas. Em um respectivo *Caderno de Atividades*, que acompanha o recurso, todas as figuras e desenhos devem ser apresentados em impressão em tinta e em baixo ou alto-relevo. O texto das orientações deve ser escrito tanto em fonte impressa em tipo grande (24 pts), destinado ao aluno com visão normal ou baixa, como em uma versão em Braille para os cegos. Como poucos docentes e licenciandos conhecem essa linguagem, redigimos um texto especial para a ensinarmos, também destinado à Educação a Distância (Kaleff; Rosa, 2011).

Temos consciência de que a busca do significado matemático de um conceito não é uma tarefa fácil a ser realizada em um ambiente escolar, principalmente em uma escola inclusiva. Assim, cabe acrescentar que foi nos artigos da Revista Benjamin Constant, publicada pelo IBC, onde sempre encontramos ajuda na nossa busca por um maior entendimento de como podemos auxiliar uma pessoa com deficiência visual a formar imagens mentais por meio de outros sentidos, principalmente o do tato. No site do IBC (<http://www.ibc.gov.br>), encontram-se gratuitamente os números dessa revista.

Em nossa concepção de como levar o aprendiz (sem ou com alguma deficiência) ao significado matemático, pontuamos que os símbolos, representações semióticas e convenções matemáticas devem ser introduzidos no decorrer de uma atividade por meio da interação do professor com os alunos e mediados pela manipulação dos recursos concretos inclusivos. No estabelecimento da atividade, o professor deve escolher uma situação-problema que fomente habilidades autônomas dos aprendizes, levando-os a terem ideias criativas e que provoquem conjecturas e discussões. Nunca é demais salientar que a situação-problema deve tanto ser acessível a todos os alunos (incluídos aqueles com alguma deficiência) como mobilizar concepções diretamente ligadas ao conceito matemático visado.

Cabe ressaltar que, no estabelecimento da atividade relacionada a um tema matemático e ao respectivo recurso didático, o professor precisa ter muita clareza sobre o conhecimento matemático envolvido com o conceito em questão, sobre a legitimidade e a utilidade das estratégias lógicas que o envolvem (como regras de inferência, convenções, definição, propriedades e teoremas), estar atento para acompanhar a argumentação⁴ dos alunos e saber reconhecer o papel fundamental do recurso didático como ferramenta de mediação semiótica.

Como temos pontuado e concordando com Bussi; Mariotti (2008), consideramos o “recurso didático como uma ferramenta de mediação semiótica”

quando usada pelo docente para intervir intencionalmente na aprendizagem da representação de um conteúdo, ou ente matemático, por meio de símbolos e sinais. Assim, como afirmamos em Kaleff (2022), reiteramos que, embora a maioria das representações dos objetos matemáticos, principalmente geométricos, apresentados na escola seja perceptível visualmente ou de maneira tátil, é imprescindível que os docentes conheçam o seu papel fundamental como mediador semiótico para o desenvolvimento cognitivo da *habilidade da visualização* na interação com as representações, isto é, da

habilidade de se perceber (mentalmente) o objeto [geométrico] em sua totalidade, com a percepção sensorial (como van Hiele considerava) das diferentes representações possíveis desse objeto. Ou seja, não confundir *ver com os olhos da mente* (visualizar) com *ver o objeto* (enxergar e ver a imagem real, visual ou tátil do objeto físico) por meio do aparato sensorial, principalmente daquele advindo das imagens visuais ou táteis geradas por representações em um desenho (gráfico ou em alto-relevo), sinais, fotos, traçados gráficos computadorizados etc. (Kaleff, p. 20, 2022).

A seguir e frente às considerações anteriores, apresentamos os tipos de laboratórios para o ensino e a aprendizagem de Matemática que consideramos importantes para a Escola Básica e para a formação do professor.

O QUE SÃO Laboratório de Matemática, Laboratório de Educação Matemática, Laboratório *Maker* e Laboratório *Maker* Sustentável

Iniciamos esta seção, apresentando o que consideramos ser o tipo de laboratório mais encontrado junto aos cursos de Licenciatura em Matemática, o *Laboratório de Matemática* (LEM) que é um núcleo de desenvolvimento e difusão de estratégias para o ensino de Matemática. Nesse tipo de ambiente, a fundamentação matemática teórica, que embasa as ações e as atividades didáticas ali realizadas, é baseada nos conteúdos matemáticos geralmente ministrados em aulas expositivas, nas quais o professor apresenta algum material de apoio visual. Eventualmente, as estratégias envolvem ações apontadas como necessárias pela Didática da Matemática, tais como o uso de gráficos e desenhos, envolvendo aqueles tradicionais, com régua e compasso, ou algum mais atual advindo das tecnologias digitais.

Por sua vez, um LEM pode ser de um outro tipo especial de laboratório educacional de Matemática, ou seja, *Laboratório de Educação Matemática*, muitas vezes também chamado de *Laboratório de Ensino de Matemática*, o qual é um núcleo de desenvolvimento e difusão de estratégias didáticas

relacionadas à Educação Matemática. Nesse tipo de laboratório especial que, na década de 1990, começou a ser implantado em algumas universidades e escolas brasileiras, a ênfase das ações e as atividades didáticas desenvolvidas se encontram nas metodologias de aprendizagem e de ensino da Matemática. Essas são fruto de pesquisas que tratam dos conteúdos matemáticos escolares frente a outras áreas de conhecimento como Psicologia; Cognição; Teorias da aprendizagem; Sociologia; Etnomatemática; História da Matemática; Desenvolvimento de Currículos; Teoria da Informação etc.

Cabe ressaltar que, com a orientação do professor, em um Laboratório de Educação Matemática, a ênfase das estratégias das ações didáticas se concentra nas, atualmente, denominadas *metodologias ativas*, que enfatizam o papel protagonista do aluno para a aprendizagem. Para tanto, levam em conta o desenvolvimento da criatividade desse aprendiz; o seu envolvimento direto e participativo em todas as etapas do processo de aprendizagem; o desenvolvimento da cognição por meio da experimentação com a “mão na massa”, que envolve a manipulação de recursos didáticos concretos ou virtuais e representações em desenho (com regra e compasso ou da geometria dinâmica); a reflexão crítica, bem como a análise e síntese das situações matemáticas apresentadas, geralmente tratadas a partir de um problema do cotidiano.

Em um LEM do tipo Laboratório de Educação Matemática, os recursos educacionais concretos utilizados para se colocar a “mão na massa” são aqueles existentes no comércio e que, geralmente, têm um alto custo. Os indicados para os anos iniciais do Ensino Fundamental são, em sua maioria, confeccionados em madeira, enquanto os destinados ao Ensino Médio, em vidro ou acrílico. Entre eles encontramos tangrans quadrados de 7 peças; dominós; trininós e pentaminós; geoplanos; régua Cuisinaire; blocos lógicos de Dienes; ábacos decimais, sólidos diversos etc.

A menção anterior ao desenvolvimento da cognição do aprendiz por meio da experimentação com a “mão na massa” nos leva a considerações sobre outros tipos de laboratórios: o *Laboratório de Educação Matemática Maker* e seu correlato *Laboratório Maker Sustentável*. Para tanto, cabem algumas considerações adicionais sobre o que geralmente é considerado como Cultura *Maker*, o “fazer por si mesmo”, o que é um Laboratório *Maker* e o que entendemos por “ser sustentável” para ser um Laboratório *Maker* Sustentável.

Como já apresentamos em Kaleff (2024), cabe salientar que, na Alemanha, embora tenha surgido, em 1919, a primeira escola com uma pedagogia baseada no “fazer por si mesmo” (*selbstmachen*), a chamada Escola Waldorf, fundada pelo filósofo Rudolf Steiner, ficou pouco conhecida, talvez devido às dificuldades de sua divulgação em língua alemã.

Por outro lado, durante o século passado, o termo em inglês *maker* também não era habitualmente usado nos meios educacionais. Segundo Raabe, Gomes (2018), esse termo aparece “inicialmente nos países de primeiro mundo, e mais notoriamente a partir de 2015 no Brasil”. Esses autores também pontuam que *maker* remete “geralmente a pessoas que costumam construir coisas (faça por si mesmo), consertar objetos, compreender como funcionam, em especial os produtos industrializados”; no entanto, entre essas pessoas, “desenvolveu-se um conjunto de valores próprios e que tem chamado a atenção de educadores pelo potencial de engajar os estudantes em atividades de aprendizagem muito diferentes das da educação tradicional”.

Sob as considerações anteriores, as atividades *maker* geralmente estão associadas à construção de objetos com uso de tecnologia e de se colocar a “mão na massa” (“*hands on*”, na língua inglesa), visando a propósitos variados. Para tanto, faz-se uso de equipamentos da informática, como impressoras 3d; cortadoras laser; kits de robótica, bem como se realizam práticas relacionadas à costura, à marcenaria e a outras técnicas manuais.

Pelo constatado por outros pesquisadores e registrado por exemplo em Kaleff (2023) e Raabe, Gomes (2018), um ambiente educacional do tipo *laboratório maker* possibilita que os estudantes se apropriem de técnicas de diversas áreas do cotidiano e do conhecimento em geral, muitas vezes construindo materiais a serem utilizados por eles mesmos. Tais técnicas potencializam os aprendizes a serem agentes produtores de tecnologia e não apenas consumidores passivos, tudo isso por meio de uma abordagem interdisciplinar construtivista, integrando conhecimentos e práticas de diferentes áreas do conhecimento.

Cabe enfatizar que um tipo especial de laboratório *maker*, cuja denominação surge por volta de 2020, é o *Laboratório de Educação Matemática Maker Sustentável*, brevemente chamado de *Laboratório Maker Sustentável*. Nesse, como apresentamos em Kaleff (2021, 2023, 2024), sendo um ambiente *maker*, a ênfase das estratégias das ações didáticas se concentra obviamente nas metodologias ativas, mas o que o diferencia dos demais ambientes *makers* é na maneira com que se realizam a criação e a construção artesanal de recursos didáticos concretos manipulativos apropriados para o ensino e a aprendizagem, pois a matéria-prima utilizada para isso é de baixo custo e comumente encontrada no comércio, como também, são usadas sucatas de materiais recicláveis diversos, advindos de plásticos, madeiras, vidros etc.

Em Eugênio; Lorenzato (2024), encontramos um resumo sobre a importância de um LEM de característica sustentável, ao colocarem que:

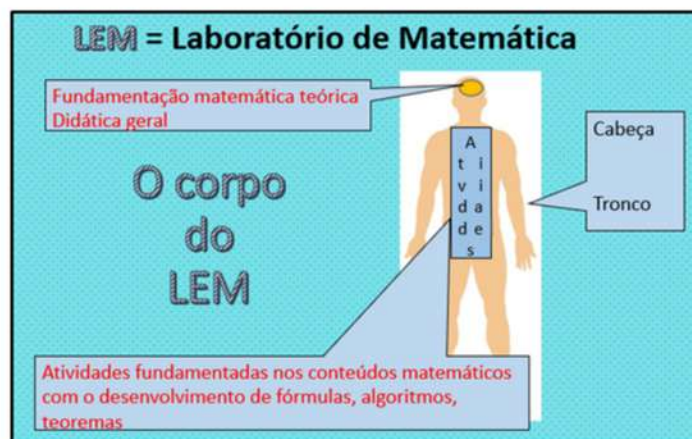
Excelente parceiro no processo de ensino e aprendizagem dessa ciência, de forma crítica e reflexiva, o LEM tem uma multiplicidade de materiais que podem ser construídos pelos seus usuários e utiliza sucata como matéria-prima disponível. O LEM

não precisa ser um lugar “industrializado”: ele deve ser um movimento abraçado por professores e alunos da instituição à qual pertence. Ele tem em sua essência a ideia de movimento, de fazer com que os seus participantes entrem em ação e testem seus respectivos conhecimentos matemáticos, geométricos, algébricos, por meio de materiais manipulativos, jogos, desafios, sofismas, quebra-cabeças, que irão estimular a criatividade e a maneira como se aprende e compreende a Matemática (Eugênio; Lorenzato, p. 04, 2024).

Por outro lado, considerando o que apreendemos de nossas pesquisas (Kaleff, 2007) sobre representação semiótica, achamos interessante trazer para a presente narrativa figuras que representem, por meio de uma imagem visual, como seriam os tipos de laboratórios aqui considerados. Para tanto, inspirados no fato de que os laboratórios estão voltados para a educação de seres humanos, acreditamos que possamos comparar a estrutura de um LEM à de um corpo humano, com sua formação característica de cabeça, tronco e membros.

Assim, na Figura 1, comparamos a estrutura do tipo LEM, como Laboratório de Matemática, com a de um corpo cujo crescimento e fortalecimento se restringem mais à cabeça e ao tronco, por meio de uma “alimentação” fundamentada nos conceitos matemáticos e em atividades relacionadas à “malhação mental” advinda de um ensino que envolve o treinamento cognitivo, por meio do desenvolvimento de fórmulas, algoritmos e teoremas.

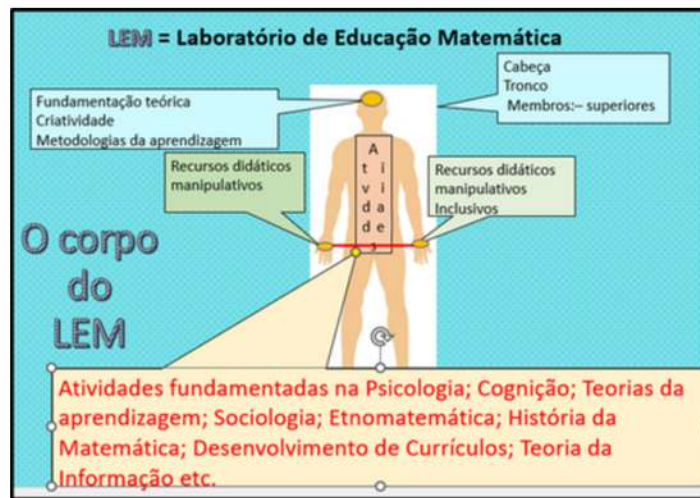
Figura 1: LEM e suas características, como Laboratório de Matemática



Fonte: Acervo da autora.

Por sua vez, na Figura 2, a estrutura do Laboratório de Educação Matemática pode ser representada como a de um corpo humano cuja cabeça, tronco e membros superiores são levados em conta conjuntamente.

Figura 2: LEM e suas características, como Laboratório de Educação Matemática



Fonte: Acervo da autora.

A Figura 2 representa que não só a fundamentação teórica, abrangendo várias áreas do conhecimento humano permite o desenvolvimento mental (portanto, na cabeça) da criatividade, como também a interação entre as disciplinas escolares e as metodologias ativas de aprendizagem, com o uso didático de recursos manipulativos e inclusivos. É essa interação que não só permite o fortalecimento do tronco, mas também o que coloca esse corpo em movimento, numa ação conjunta e indissociável entre mente e corpo, no processo cognitivo.

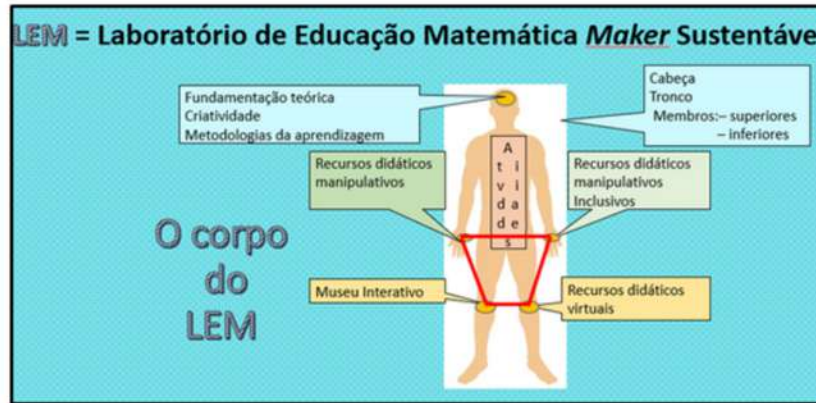
Por sua vez, os recursos didáticos possibilitam a modelagem de representações variadas dos conteúdos matemáticos e sua manipulação pelo aprendiz (com ou sem deficiência), orientadas por atividades criadas pelo professor. Essas sendo apresentadas em um *Caderno de Atividades* impresso em tinta e Braille. A integração da modelagem dos recursos para serem inclusivos e adequados a todos os aprendizes é representada pela linha vermelha, tornando-se em um Laboratório de Educação Matemática inclusivo.

Por outro lado, como as atividades interativas do LEM também podem ser desenvolvidas com vistas a exposições do tipo *Museu Interativo*, esse pode ser representado por uma das pernas. Nesse tipo de exposição, no próprio recinto do laboratório ou fora dele, os materiais manipulativos são apresentados ao público em geral em “ilhas expositivas”, nas quais cada visitante (criança ou adulto) pode interagir e manipular o recurso por meio das orientações do *Caderno de Atividades*.

Com os recursos didáticos criados artesanalmente com materiais de baixo custo e destinados à “mão na massa”, o LEM se torna um Laboratório de Educação Matemática *Maker Sustentável*, representado na Figura 3. Por sua vez, aliado à criação de recursos virtuais interativos inclusivos (representada na outra perna), o *Museu Interativo* possibilita que o acervo do laboratório seja democratizado e levado para fora de suas paredes e possam ser utilizados no Ensino a Distância, alcançando ambientes escolares além dos muros originais da

Licenciatura onde foram criados. Assim, é o Museu Interativo, que ao se tornar itinerante, permite as “andanças” dos recursos criados no laboratório. Tal movimentação é representada na Figura 3 pelas linhas vermelhas entre as pernas.

Figura 3: LEM e suas características, como Laboratório *Maker* Sustentável



Fonte: Acervo da autora.

A seguir, apresentamos dois exemplos de laboratórios *makers* sustentáveis que fundamos e coordenamos. Narramos a constituição e ações realizadas no LEG e no LEMAK, cujas características constitutivas nos permitem caracterizá-los como sendo esse tipo de laboratório.

CARACTERÍSTICAS DO LEG: sua institucionalização, constituição e ações

Em dezembro de 2024, o LEG completa trinta anos de existência. Como já mencionado em outros documentos, em 1994, juntamente com um grupo de docentes dos departamentos de Geometria (GGM), Análise (GAN) e Matemática Aplicada (GMA), defrontamo-nos com o desafio de fundar e implantar o laboratório, no IME, em Niterói, (Kaleff, 2001, 2010, 2017, 2023; Kaleff, Rosa, 2020). Desde seu início e até 2018, por ocasião de nossa aposentadoria, o LEG esteve sob a nossa coordenação acadêmica.

O Laboratório foi institucionalizado na UFF, com regimento próprio, como parte integrante do GGM, sendo que, nunca teve por característica ser um repositório de recursos didáticos do tipo material concreto manipulável. Tinha por objetivo central, por um lado, a criação de recursos didáticos singulares, por serem artesanais e de baixo custo, para o ensino de Matemática, principalmente da Geometria Euclidiana e da introdução às Geometrias não Euclidianas. Por outro lado, visávamos à pesquisa de métodos didáticos adequados à aplicação desses recursos com vistas ao desenvolvimento de habilidades matemáticas de alunos da Escola Básica, licenciandos e docentes em formação continuada.

Até 2004, no LEG, demos prioridade a maneiras diversificadas de se representar formas geométricas por meio da modelagem concreta e atividades

relacionadas a se colocar “*hands on*”, ou seja, “mão na massa”. Desde então, com o surgimento, em língua portuguesa, do software livre da geometria dinâmica *Geogebra*, representações virtuais também foram incorporadas às atividades. Alguns dos recursos e jogos virtuais, com suas atividades, estão disponíveis, na forma de experimentos educacionais, no Portal do Projeto Conteúdos Digitais para o Ensino e Aprendizagem de Matemática e Estatística - CDME/UFF (<http://www.cdme.im-uff.mat.br/>). Tais experimentos educacionais apresentam também instruções para que os professores, tanto os que estão mais próximos à UFF, como os que estão distantes, construam o recurso manipulativo e façam as adaptações necessárias das atividades para seus alunos.

Com tudo o que realizávamos no LEG, buscávamos contemplar a formação inicial e continuada do professor, com a aquisição de habilidades geométricas, com vistas a uma efetiva profissionalização.

Por outro lado, cumpre enfatizar que sempre entendemos a expressão *Laboratório de Ensino de Geometria* como um Laboratório de Educação Matemática (LEM) com dois sentidos, “o de referência a um local físico ou a um processo escolar” (Kaleff, 2016b; p. 52). No primeiro, trata-se de uma sala ambientada para a realização de práticas relacionadas a experimentos educacionais (concretos/virtuais), envolvendo recursos manipulativos em atividades matemáticas interdisciplinares. No segundo sentido, considera-se o LEM como um conjunto de procedimentos didáticos os quais transcorrem de maneira bem diferente daqueles comumente realizados no ambiente de uma sala de aula com práticas didáticas expositivas tradicionais.

Para a realização de vários projetos de pesquisa e extensão com vistas à melhoria do ensino da Matemática das escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro, entre 1994 e 1999, contamos com o apoio da CAPES por meio do “Subprograma de Ensino de Ciências do Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico” (CAPES/SPEC/PADCT). Assim, além de vários computadores, um conjunto amplo de ferramentas manuais foi sendo amealhado, no LEG, e veio a formar um acervo dedicado ao artesanato e relacionado a desenhos, à marcenaria e à costura. Nessa época, também adquirimos recursos educacionais concretos manipuláveis existentes no comércio e confeccionados em madeira, tais como os que encontrávamos em algumas escolas e mencionados anteriormente, como geoplanos; fracciômetros; blocos lógicos de Dienes; modelos de sólidos; pantógrafos; régua diversas etc. Como observávamos, esses recursos eram de alto custo e pouco utilizados nas escolas, por falta de conhecimento do professor da sua manipulação e da função pedagógica.

Frente ao desconhecimento do professor sobre o papel pedagógico dos materiais educacionais comerciais e eles sendo geralmente de custo não acessível ao docente da escola pública, no LEG, tais recursos educacionais passaram a ser recriados de maneira singular e artesanal. Nessa direção, também foram

produzidos recursos inovadores, a partir de brinquedos (geralmente doados por alunos e professores) e material de sucata, ou de matéria-prima de baixo custo. Essa se compunha em papelões de textura e espessuras variadas; barbantes e arames, canudos e contas plásticas etc.

Foram confeccionados recursos artesanais modeladores de esqueletos de arestas de poliedros, de suas planificações e cortes (Kaleff, 2003); tangrans diversos e geoplanos de rede quadrada, isométrica e circular (Kaleff, Garcia, Rei, 2005); uma coleção de ábacos romano, árabe, japonês, chinês, binário (Kaleff, 2016c) e muitos outros (Kaleff, 2023). Na Figura 4, apresentamos alguns desses recursos.

Figura 4: Exemplos de recursos didáticos artesanais



Fonte: Acervo da autora e Kaleff (2023).

Cabe novamente salientar que, no LEG, para cada recurso artesanal recriado ou novo, foi produzido um Caderno de Atividades, cujo objetivo era agir, como um verdadeiro orientador do aluno, por meio de conjuntos de instruções de utilização do recurso e de como colocar a “mão na massa”, na busca autônoma pelo conhecimento matemático relacionado a ele (Kaleff, 2016b, 2016c, 2023). Dessa maneira, as atividades guiavam o aprendiz (criança ou adulto) para a descoberta, por si mesmo, com vistas à compreensão autônoma do significado dos conceitos matemáticos representados e modelados no recurso didático. Na Figura 5, apresentamos dois desses recursos.

Figura 5. Soroban e dois tipos de ábaco binário com Caderno de Atividades

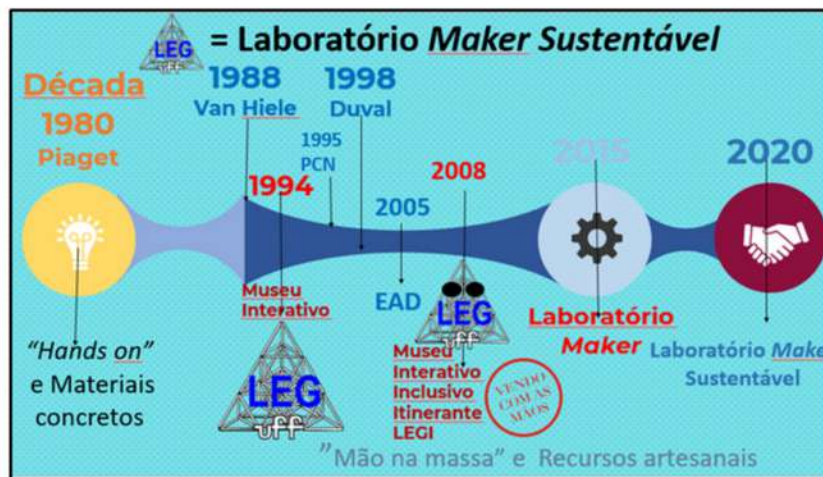


Fonte: Kaleff, 2016c, p.199; p.202.

Resumidamente, frente ao exposto, consideramos que o LEG pode ser caracterizado, desde os seus primórdios, como um laboratório *maker* e, além disso, sustentável. É um laboratório *maker*, pois incentivava seus usuários, do Ensino Fundamental às Licenciaturas, a colocarem a “mão na massa” para gerarem ações a partir da manipulação e experimentação, por meio de metodologias ativas. Por outro lado, é sustentável, pois os recursos manipulativos utilizados sempre foram de custo acessível ao público em geral.

Na Figura 6, apresentamos um resumo da linha de tempo que une a fundamentação teórica de nossas práticas e ações realizadas no LEG com as características de um laboratório *maker* sustentável.

Figura 6: Linha de tempo de fundamentação teórica do LEG e suas características.



Fonte: Acervo da autora.

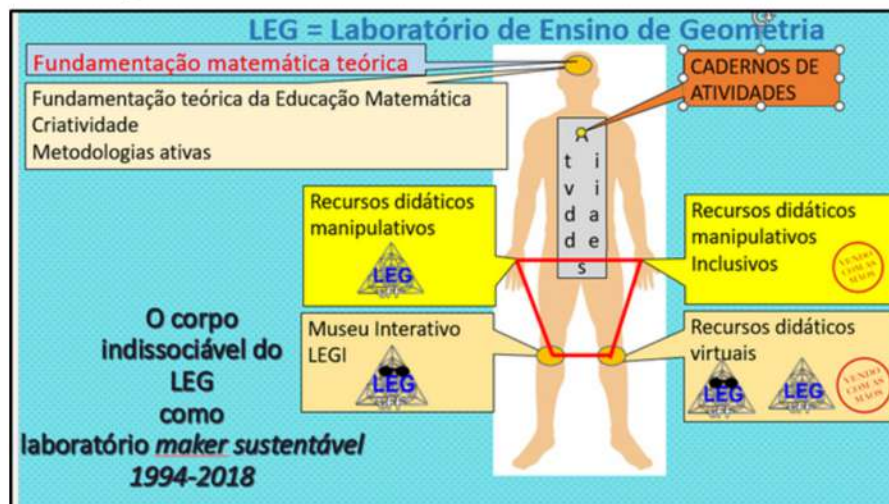
Como descrevemos em Kaleff (2016a, 2017, 2023), a criação de materiais artesanais sustentáveis, iniciativa pioneira do LEG no ambiente de um laboratório educacional brasileiro, permitiu que recursos didáticos manipuláveis se tornassem uma realidade acessível ao professor das escolas do interior do estado, pois foram apresentados em dezenas de oficinas e cursos, de curta ou média duração, durante a vigência do projeto CAPES/SPEC/PADCT. Por sua vez, o acervo dos recursos

também era apresentado em exposições e feiras de Ciências do tipo Museu Interativo realizadas em diversos *campi* da UFF ou em outros locais, por ocasião de eventos estaduais e nacionais ligados à formação de professores e ao ensino de Matemática, como relatado em Kaleff (2023).

Como já mencionamos anteriormente, os primeiros recursos didáticos criados, no âmbito de projetos de pesquisa e extensão eram apresentados em disciplinas ministradas por nós, nas aulas presenciais na UFF (Licenciatura e Especialização). Com o desenvolvimento dos cursos virtuais, a partir de 2005 até 2018, os recursos também passaram a constar das aulas a distância do Curso de Especialização *lato sensu* para Professores em Novas Tecnologias para o Ensino de Matemática (NTEM), no âmbito da Universidade Aberta do Brasil. Dentro da programação das atividades do NTEM, iniciamos uma intensa itinerância do Museu Interativo do LEG, o qual foi-se tornando, ao longo dos anos, o Museu Interativo Itinerante Inclusivo LEGI, com mais de uma centena de exposições.

Como não poderíamos deixar de mencionar, apresentamos, na Figura 7, como imaginamos a estrutura do LEG como laboratório *maker* sustentável representada em um corpo humano, cujas partes consideramos serem indissociáveis para a realização integral das ações laboratoriais.

Figura 7: LEG e suas características como laboratório *maker* sustentável



Fonte: Acervo da autora.

Cabe registrar que a maior parte das práticas desenvolvidas no LEG, nas duas últimas décadas, bem como alguns Cadernos de Atividades, encontram-se relatados em Kaleff (2016b, 2016c, 2017, 2021, 2022), tanto às relacionadas ao NTEM, como as que levaram à elaboração de recursos didáticos inclusivos para pessoas com deficiência visual (Kaleff, 2016c; Kaleff, Rosa, 2020).

Enfatizamos que os recursos didáticos criados sob nossa orientação, com recomendações para sua aplicação, estão descritos em “Recursos didáticos em Educação Matemática: um repositório comentado” (Kaleff, 2023). Deixamos para

os leitores o convite para a sua leitura, considerando que, esse é um livro dinâmico, na forma de *ebook*, de acesso livre ao público em geral, no qual constam cerca de setenta recursos didáticos, quarenta jogos e mais de oitocentas fotos.

Após nossa aposentadoria, em 2018, mudamos para a cidade de Macaé/RJ e fundamos um novo laboratório. É sobre ele o relato a seguir.

CARACTERÍSTICAS DO LEMAK: sua constituição e ações

Como já apresentamos em Kaleff; Garcia (2018), durante muitos anos, desenvolvemos uma relação de trabalho e afeto especiais com o professorado de Macaé, porque essa comunidade sempre foi muito atuante junto à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), tendo realizado vários eventos regionais em prol da melhoria do ensino de Matemática.

Além disso, no corpo de professores macaenses ligados à Secretaria Municipal de Educação (SEMED) se encontram vários ex-alunos da UFF, conhecedores da filosofia educacional das ações realizadas no LEG e ligadas ao conceito de aprender com a “mão na massa”. Entre esses docentes está a professora Vanessa Arenari Garcia, ex-bolsista do LEG e durante longo tempo coordenadora da área de Matemática da SEMED. De 2009 a 2012, como descrevemos em Kaleff (2023) e Kaleff; Garcia (2018), tendo por base o trabalho desenvolvido no LEG, a professora Vanessa Garcia coordenou localmente as ações que envolviam Macaé, no âmbito de nossos projetos de extensão. Reafirmamos que já, naquela época, como em todos os nossos projetos, buscávamos procedimentos que pudessem interferir na prática pedagógica dos professores, fazendo com que a Matemática fosse colocada a serviço do desenvolvimento dos alunos, na maior gama de assuntos curriculares possível.

Em 2011 e 2017, em conjunto com alguns membros da SEMED, organizamos amplas mostras do Museu LEGI, sendo que a primeira ocupou vários ambientes do prédio da FeMASS, na Cidade Universitária e a segunda, do campus do Instituto Federal Fluminense (IFF) de Macaé. Essas exposições, com três dias de duração, foram muito concorridas, pois tiveram uma média de 600 participantes por dia, entre professores e alunos de escolas municipais, estaduais e particulares, sendo que, junto às mostras, foram ministradas oficinas para professores do município e região.

Em 2019, juntamente com a professora Vanessa Garcia, fomos convidadas, pelos coordenadores da SEMED, a criar, no âmbito da Cidade Universitária, um laboratório municipal de Educação Matemática em consonância com a nossa experiência anterior e com os estudos desenvolvidos no LEG. Esse foi o panorama em que se deu a criação do Laboratório de Educação Matemática Ana Kaleff (LEMAK).

O espaço físico disponibilizado pela Prefeitura Municipal, bem próximo ao recinto da FeMASS, permitia-nos realizar um grande sonho: o de se ter uma sala de aula em conjunto a uma mostra pública permanente de recursos didáticos manipulativos. Para tanto, com o objetivo de se criar a sala para o LEMAK e um Museu Interativo Inclusivo de Educação Matemática (LEMI), desenvolvemos o projeto de extensão “Criando o LEMI” junto à UFF, em parceria com a FeMASS e SEMED, nos mesmos moldes que realizáramos para a criação do Museu LEGI, em Niterói.

Com vistas a criarmos o LEMAK como um laboratório *maker* sustentável inclusivo, cuja coordenação local ficou a cargo da professora Vanessa Garcia, formamos uma equipe multidisciplinar com professores da SEMED, FeMASS, e de vários *campi* da UFF (Santo Antônio de Pádua, Niterói e Macaé). Cabe ressaltar que dessa equipe também participava a professora Erika Silos de Castro Batista, ex-aluna da UFF, portanto conhecedora das ações desenvolvidas no LEGI, com larga experiência em Educação Matemática Inclusiva e pertencente ao corpo docente do Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior (INFES - UFF, em Pádua).

Cabe recordar que os objetivos gerais do LEMAK eram dois: o primeiro era propiciar aos professores ligados à SEMED e ao Curso de Licenciatura da FeMASS, bem como aos seus licenciandos, um espaço onde se realizassem atividades de pesquisa, ensino e extensão em Educação Matemática, que envolvessem os mais variados recursos pedagógicos relacionados tanto à Escola Básica quanto ao ensino de Matemática Superior, inclusive aqueles em cuja utilização se apresentassem materiais inclusivos concretos e virtuais. O segundo objetivo era envolver alunos dos cursos integrantes das diversas instituições universitárias instaladas na Cidade Universitária, em um ambiente de pesquisa em Educação Matemática e Ensino de Geometria, e em atividades que levassem essas pesquisas à comunidade externa, incluindo alunos e professores de escolas básicas públicas e privadas da rede de ensino de Macaé e região.

Como planejado, os objetivos do LEMAK estavam intrinsecamente ligados ao Curso de Licenciatura da FeMASS e ao Colégio de Aplicação (CAp) de Macaé, que também é sediado no mesmo campus, o que facilitava a interação da equipe com a população universitária e com a estudantil ali alocadas. Esse fato propiciava com que o ambiente do Laboratório pudesse ser um local em que os professores da FeMASS ministrassem aulas voltadas para práticas inovadoras, permitindo aos licenciandos um estreito contato com os materiais educacionais manipulativos e que os alunos do CAp também os desfrutassem.

Frente a tais objetivos, no início de 2019, iniciamos o treinamento de cerca de 10 licenciandos da FeMASS para serem monitores dos visitantes do futuro LEMI e, aos poucos, mas de uma forma intensa, parte dos materiais educacionais pertencentes ao nosso acervo pessoal, na sua maioria cópias daqueles pertencentes

ao nosso acervo pessoal, na sua maioria cópias daqueles pertencentes ao LEG, saíram de suas embalagens e foram sendo adequados para o novo ambiente educacional ao qual seriam destinados.

Em 12 de setembro de 2019, finalmente, as instalações do LEMAK, com o LEMI, foram inauguradas na presença de autoridades educacionais do município e de um público formado por mais de 70 professores e licenciandos. Nas fotos que se seguem, na Figura 8, apresentamos a vista da entrada do Laboratório; o momento da sua abertura oficial, no qual abrimos sua porta, em conjunto com a diretora da FeMASS, professora Cláudia de Magalhães Bastos Leite e com o professor Carlos Augusto Garcia Assis (Guto Garcia), então Secretário da Educação de Macaé. Apresentamos, na Figura 9, instalações do laboratório.

Figura 8: entrada do Laboratório e sua inauguração



Fonte: Acervo da autora.

Figura 9: Instalações do LEMAK



Fonte: Acervo da autora.

O sucesso do LEMI junto ao público em geral foi muito grande, pois após três meses da instalação, o novo ambiente já contava com a visita de cerca de 1300 estudantes de mais de 40 escolas de 5 cidades da região, bem como, de inúmeros professores da Educação Básica. As fotos que se seguem representam bem esse sucesso.

Figura 10: LEMI e seus visitantes



Fonte: Acervo da autora.

Figura 11: LEMI e seus visitantes





Fonte: Acervo da autora.

Por outro lado, iniciando as ações de itinerância propostas pelo LEMAK, no mês de outubro de 2019, levamos parte dos materiais do LEMI, para a cidade de Campos dos Goytacazes a convite da Secretaria Municipal daquele município, em uma mostra que durou três dias, como um evento da Semana Nacional de Ciências e Tecnologia.

Em dezembro de 2019, o LEMAK teve a honra de receber a visita da comissão de professores enviada pela Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro a Macaé, para realizar a primeira avaliação do Curso de Licenciatura em Matemática da FeMASS. A foto, na Figura 12 registra esse momento, em que estamos com os professores avaliadores e com o professor Sérgio Gonçalves, então coordenador do Curso.

Figura 12: Professores avaliadores Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro



Fonte: Acervo da autora.

O LEMAK funcionou plenamente até março de 2020, recebendo, além dos visitantes do Museu LEMI, palestrantes e formadores de professores; buscando não só divulgar, dinamizar e democratizar os recursos didáticos do Museu, como também levar os licenciandos a criarem novos, com vistas a melhorar o ensino da Matemática escolar em direção, principalmente, às escolas públicas do interior do estado do Rio de Janeiro. Isso tudo nos permitia continuar a trilhar uma caminhada há muito conhecida e da qual podíamos esperar bons resultados educacionais.

Cabe lembrar que, em março de 2020, às vésperas do advento do recesso causado pela pandemia da Covid-19, o professor doutor Celso José da Costa, um dos maiores matemáticos brasileiros do século XX, presenteou-nos com uma bela palestra, à qual compareceram mais de 150 pessoas. Durante a pandemia ministramos inúmeras palestras virtuais, nas quais slides das ações realizadas e fotos do ambiente LEMAK/LEMI, incluindo os apresentados anteriormente, foram intensamente divulgados.

Infelizmente, com a pandemia, as atividades presenciais do Museu LEMI foram encerradas e em abril de 2021, o LEMAK foi definitivamente desativado.

CONTINUANDO A CAMINHADA A BUSCA DE NOVOS DESAFIOS

Como temos afirmado em várias ocasiões, criar laboratórios de Educação Matemática inclusivos e, até mesmo, laboratórios de Matemática é uma tarefa educacional cheia de desafios que dá significado à nossa atuação profissional (Kaleff, 2023). Nessa direção, após o LEMAK ter sido desativado, os recursos didáticos do museu interativo foram reintegrados ao nosso acervo pessoal e estão sendo, aos poucos, realocados e colocados novamente em ação.

Após a pandemia, a professora Erika Batista assumiu a coordenação dos nossos projetos de extensão, no âmbito da UFF, visando ampliar as instalações e intensificar as ações didáticas para serem realizadas no Laboratório de Educação Matemática Inclusivo (LEMi), junto ao Curso de Licenciatura em Matemática, no INFES - UFF, em Pádua.

O atual LEMi nos traz um grande desafio devido à abrangência dos novos projetos de pesquisa a serem ali realizados. Esses buscam levar os licenciandos e professores em ação, na região Noroeste do Estado do Rio de Janeiro, a um ensino voltado para a aprendizagem ativa inclusiva para todos, incentivando cada aprendiz a colocar a “mão na massa” para ver, ouvir, perceber e sentir a Matemática escolar, levando em conta todos os sentidos de seu corpo.

Assim, na direção ampliada das nossas ações, estamos desenvolvendo pesquisas com vistas às dificuldades para o ensino e aprendizagem de pessoas surdas; com síndrome de Down, com alguma deficiência visual ou totalmente cegas; autistas; indivíduos com altas habilidades e outras pessoas com especificidades físicas ou mentais diversas.

Finalizando, afirmamos que ao continuarmos a nossa caminhada à busca de transformações da realidade educacional, tendo como chão firme o da estrada já percorrida, o fazemos porque acreditamos que cada Laboratório de Educação Matemática Sustentável tem muito a contribuir para a melhoria da Educação e da realidade social com vistas a termos um país mais inclusivo e socialmente equitativo.

REFERÊNCIAS

DIENES, Z.; GOLDING, E. W. **Os primeiros passos em Matemática: exploração do espaço e prática da medição**. São Paulo: Herder, 1969.

DUVAL, R. **Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 1995.

EUGÊNIO, R. S.; LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática: formação continuada de professores de Matemática no sertão pernambucano. **Educação Matemática Em Revista**, v. 29, n. 84, p. 1-14. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/emr.v29i84.3919>. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. A Educação Matemática na Universidade Federal Fluminense: um relato do desenvolvimento histórico dos Cursos de Formação de Professores de Matemática. **Boletim GEPEN**. Rio de Janeiro, v. 38, p. 09-33, abr. 2001.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo poliedros**. 3. ed. Niterói/RJ: EdUFF, 2003.

KALEFF, A. M. M. R. Registros Semióticos e obstáculos cognitivos na resolução de problemas introdutórios às geometrias não-euclidianas no âmbito da formação de professores de Matemática. **Bolema**. 20, 28. 69-94. 2007. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/bolema/?q=node/91>. Acesso em 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Geometria da UFF. In: LORENZATO, S. (Org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 3 ed. Coleção Formação de Professores. Campinas/SP: Autores Associados, 2010. p. 113-134.

KALEFF, A. M. M. R. **Memórias de uma trajetória acadêmica de perseverança**. Niterói/RJ: CEAD, 2016a. Disponível em: Biblioteca em Educação Matemática (sbembrasil.org.br) Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. **Tópicos em Ensino de Geometria: a sala de aula frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria**. 2. ed. Niterói/RJ: CEAD, 2016b.

KALEFF, A. M. M. R. (Org.) **Vendo com as mãos, olhos e mente**. Niterói/RJ: CEAD, 2016c.

KALEFF, A. M. M. R. Considerações sobre a diversidade dos saberes docentes e a formação em Geometria do professor de Matemática nos cursos de Matemática da Universidade Federal Fluminense. **Educação Matemática em Foco**. João Pessoa/PB, v. 6, n. 01, jan/jun. 2017. Disponível em: <http://revista.uepb.edu.br/index.php/REMEMF/issue/view/264>. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. A construção de laboratórios de matemática inclusivos: desafios e realizações. **BOLETIM GEPEN (ONLINE)**, v. 1, p. 156-169, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/203>. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. O laboratório de Educação Matemática na visão de uma educadora matemática experiente e algumas sugestões para os ensinos presencial, remoto e híbrido. In: BASTOS, M. S. (Org.). **Construindo Saberes e Práticas na Formação Inicial do Professor de Matemática**. Divinópolis/MG. 2021. p. 13-43. Disponível em https://www.meusritmoseditora.com.br/_files/ugd/58e20e_f62073a2a2b44640a3b166861c4a1103.pdf. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. Obstáculos cognitivos e registros semióticos frente à habilidade da visualização na aprendizagem das Geometrias (Euclidiana e não Euclidianas). In: BAIARRAL, M.; BRAVO, G.; IZAR, S. **Retratos de experiências para visualização em Geometria** (Orgs.). Seropédica/RJ: EDURRJ. 2022, p. 09-22.

KALEFF, A. M. M. R. **Recursos didáticos em Educação Matemática: um repositório comentado**. Divinópolis/MG: Meus Ritmos Editora, 2023. Disponível em: https://www.meusritmoseditora.com.br/_files/ugd/58e20e_2be2192760a8406daa431f0db3798c2b.pdf. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. Um laboratório maker na formação de professores de Matemática no Século XX? In: XXI Seminário Temático Internacional. **Anais [...]** São Luis/Ma: GHEMAT-Brasil. 2024. Disponível em: <https://22seminariotematicointernacional.paginas.ufsc.br/>. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R.; GARCIA, V. A. Um laboratório e um museu de Educação Matemática: colocando a mão na massa! **LINKSCIENCEPLACE**, v. 5, p. 48-60, 2018. Disponível em: <http://revista.srvroot.com/linkscienceplace/index.php/linkscienceplace/article/view/591>. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R.; MOURÃO, O. S. Como Licenciandos de Matemática interpretam desenhos e calculam volumes de sólidos elementares. In: V Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática. **Anais [...]**, Campinas: FE/UNICAMP, 2015. v. 4. p. 128-141. Disponível em: <https://editora.fe.unicamp.br/index.php/fe/catalog/book/122>. Acesso em: 14 set. 2024.

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. A insubordinação criativa e um laboratório de ensino: ações de duas educadoras matemáticas na formação de professores de Matemática. In: KALEFF, A. M. M. R.; PEREIRA, P. C. (Orgs) **Educação Matemática: diferentes olhares e práticas**. Curitiba/PR: Appris. 2020, p. 95 -100.

KALEFF, A. M. M. R.; GARCIA, S. S; REI, D. M. **Quebra-cabeças geométricos e formas planas**. 3. ed. Niterói/RJ: EdUFF, 2005.

RAABE, A; GOMES, E. B. Maker, uma nova abordagem para tecnologia na educação.

Revista Tecnologias na Educação, UFC, v. 26, n. 10. v. 26, 2018. Disponível em: Ano10- número/vol26 – Setembro 2018-Edição Temática VIII- Congresso sobre Tecnologias na Educação(Ctrl+E) -Universidade Federal do Ceará – UFC . Acesso em: 14 set. 2024.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight**: a theory of Mathematics Education. Orlando: Academic Press, 1986.